NOM : **Prénom :** **Classe : PSI***

Devoir Surveillé 2

Les réponses sont à écrire exclusivement sur ce document

Les différentes questions sont indépendantes les unes des autres.

1 Question de cours : tri par insertion

Question 1. Écrire une fonction `tri_insertion(L)` qui prend en argument une liste de nombres `L` et la trie dans l'ordre croissant en utilisant l'algorithme du tri par insertion.

Question 2. Donner la complexité dans le pire et le meilleur des cas du tri par insertion en fonction de `n` la longueur de la liste `L` à trier.

Il n'est pas demandé de justifier votre réponse.

2 Tri à bulles

Voici un algorithme écrit en pseudo-code, qui implémente un tri, appelé tri à bulles :

```
procédure tri_bulle(liste t)
    i = longueur(t)
    échange = vrai
    tant que ((i>0) ET (échange)) faire
        échange = faux
        pour j allant de 1 à i-1 pas 1 faire
            si (t[j] > t[j + 1]) alors
                tmp = t[j]
                t[j] = t[j+1]
                t[j+1] = tmp
                échange = vrai
        i = i - 1
```

Question 3. Utiliser cet algorithme à la main pour trier `t=[5,1,4,2,3]`

Question 4. Quelle est la complexité de cet algorithme en fonction de n, où n est la taille de `t`, dans le meilleur des cas ? Justifier votre réponse.

Question 5. Quelle est la complexité de cet algorithme en fonction de n, où n est la taille de `t`, dans le pire des cas ? Justifier votre réponse.

Question 6. Montrer que cet algorithme s'arrête, et trie effectivement `t` dans l'ordre croissant. On utilisera un invariant de boucle.

3 Pendule simple

On s'intéresse dans cet exercice à l'étude du mouvement du pendule simple avec frottement. Celui-ci est régi par l'équation différentielle suivante :

$$y'' + ay' + \omega^2 \sin y = 0$$

a et ω sont des constantes.

Question 7. On pose $z = y'$. Écrire le système d'équations différentielles d'ordre 1 vérifié par y et z.

Question 8. On intègre cette équation de manière approchée avec la méthode d'Euler explicite avec n pas.
Montrer que l'on alors les relations de récurrences suivantes avec $0 \leqslant k \leq n$:

$$y_{k+1} = y_k + hz_k \text{ et } z_{k+1} = (1 - ah)z_k + h\omega^2 \sin y_k$$

Préciser la valeur de h.

Question 9. Écrire une fonction `baset(t0,tf,n)` qui renvoie une liste `T` contenant les temps t_i pour lesquels on calcule les valeurs approchées de y_i et z_i.

Question 10. Écrire une fonction `pendule(t0,tf,y0,z0,a,omega,n)` qui prend en argument les flottants `t0`, `tf`, `y0`, `z0`, `a` `omega` qui représentent respectivement les temps initiaux, temps finaux, $y(0)$ et $y'(0)$ et les constantes a et ω et l'entier `n` qui représente le nombre de pas d'intégration, et qui renvoie `Y` et `Z`, deux listes contenant les valeurs des y_i et z_i pour i allant de 0 à n, à l'aide du schéma d'Euler explicite.

Question 11. On prend $t_0 = 0$, $t_f = 20$, $y0 = 2$, $z0 = 0$, $a = 1$ et $\omega = 1$. Écrire la suite de commandes qui vous permet de représenter la courbe représentative de y en fonction de t.

Question 12. Avec les mêmes valeurs que précédemment donner les commandes permettant de tracer le portrait de phase : il s'agit de la courbe paramétrée définie par les points $(y(t), y'(t))$.