

NOM :

Prénom :

Classe : PTSI

## Devoir Surveillé 2

Les réponses sont à écrire exclusivement sur ce document

*Les différentes questions sont indépendantes les unes des autres.*

*Vous accorderez un soin particulier aux justifications que vous apporterez à vos réponses, qui auront une grande importance dans votre note.*

### 1 Expression ou instruction

On considère le programme suivant, pour lequel on considérera que les erreurs ne provoquent pas l'arrêt du programme :

```
a=3
b="points"
c==4.
a=a+b
a=str(a)
a+b
```

**Question 1.** Indiquer pour chacune des 6 lignes de ce programme si ce sont des expressions ou des instructions.

```
ligne 1 :
ligne 2 :
ligne 3 :
ligne 4 :
ligne 5 :
ligne 6 :
```

**Question 2.** Quelle(s) ligne(s) provoque(nt) une erreur et pourquoi ?

**Question 3.** Indiquer l'état de la mémoire après chacune des 6 lignes de ce programme. La mémoire est vide avant l'exécution de ce programme.

ligne 1 :

ligne 2 :

ligne 3 :

ligne 4 :

ligne 5 :

ligne 6 :

## 2 Théorèmes de Morgan

**Question 4.** Énoncer les deux théorèmes de Morgan

**Question 5.** Démontrer un des deux théorèmes de Morgan, après avoir précisé celui que vous choisissez de démontrer.

### 3 Algorithme d'Euclide

**Question 6.** Écrire une fonction `Euclide(a,b)` qui prend en arguments deux entiers positifs `a` et `b` et qui détermine leur PGCD calculé à l'aide de l'algorithme d'Euclide par division successives.

**Question 7.** Écrire la ligne de commande, saisie dans la console, qui affiche le PGCD de  $10^{10} + 2$  et de  $10^{20} + 2$ .

### 4 Factorielle

**Question 8.** Écrire une fonction `factorielle`, prenant en argument un entier positif `n` et renvoyant le résultat de  $n!$ . On rappelle que  $0! = 1$  par convention.

### 5 Parcours de listes

**Question 9.** Écrire une fonction `moyenne(L)`, prenant en argument une liste de flottants `L` et qui renvoie sa moyenne.

**Question 10.** Écrire une fonction `test(L)` qui teste si une liste n'est composée que de nombres pairs

## 6 Un problème de calendrier

**Question 11.** Dans la république de Linussie, certaines années sont des années de fête, en hommage à Torvald, fondateur de la république. Une année est festive si son nombre est divisible par 3, sauf si il est divisible par 12 (auquel cas l'année est destinée à préparer la guerre contre le pays voisin et non à festoyer ; sauf si il est divisible par 48, auquel cas l'année est festive).

Écrire une fonction `festive(n)` qui prend en argument le nombre d'une année et renvoie un booléen qui indique si cette année est festive ou non.

**Question 12.** Les habitants de Linussie veulent savoir rapidement quand sera la prochaine année festive. Écrire une fonction `prochaine(an)` qui prend en argument le numéro d'une année et renvoie la prochaine année festive.

## 7 Intégration numérique

On rappelle la formule de calcul approché d'une intégrale par la méthode des rectangles à gauche :

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{i=n-1} f\left(a + i \frac{b-a}{n}\right)$$

**Question 13.** Écrire une fonction `rectangles(f,a,b,n)` qui prend en arguments une fonction `f`, des flottants `a` et `b` et un entier `n` et qui renvoie le résultat du calcul approché de l'intégrale de `a` à `b` de la fonction `f` en `n` pas telle que donnée par la formule écrit plus haut.

**Question 14.** Écrire une suite de commandes (on pourra éventuellement définir une fonction) qui calcule en  $10^5$  pas par la méthode des rectangles à gauche l'intégrale suivante :

$$\int_0^1 \frac{x}{1+x^3} dx$$

## 8 Contrôle de rendu de monnaie

On s'intéresse dans cet exercice au fonctionnement d'une machine qui rend de la monnaie, selon un algorithme pour nous inconnu.

Cette machine travaille avec deux listes de nombres : une liste `denomination` et une liste `rendu`.

La liste `denomination` contient une liste d'entiers ou de flottants, rangée par ordre strictement décroissant, et correspondant aux billets et/ou pièces dont dispose la machine. Par exemple, dans le système monétaire européen, si la machine peut rendre des billets de 5, 10 et 20 euros, et toutes les pièces possibles, la liste serait :

```
denomination=[20,10,5,2,1,0.5,0.2,0.1,0.05,0.02,0.01]
```

La liste `rendu` est de la même longueur que la liste `denomination` et contient des entiers positifs. Ces entiers correspondent aux nombres de pièces et/ou billets associés à la liste `denomination` que la machine doit rendre. Par exemple, avec la liste `denomination` précédente, la liste :

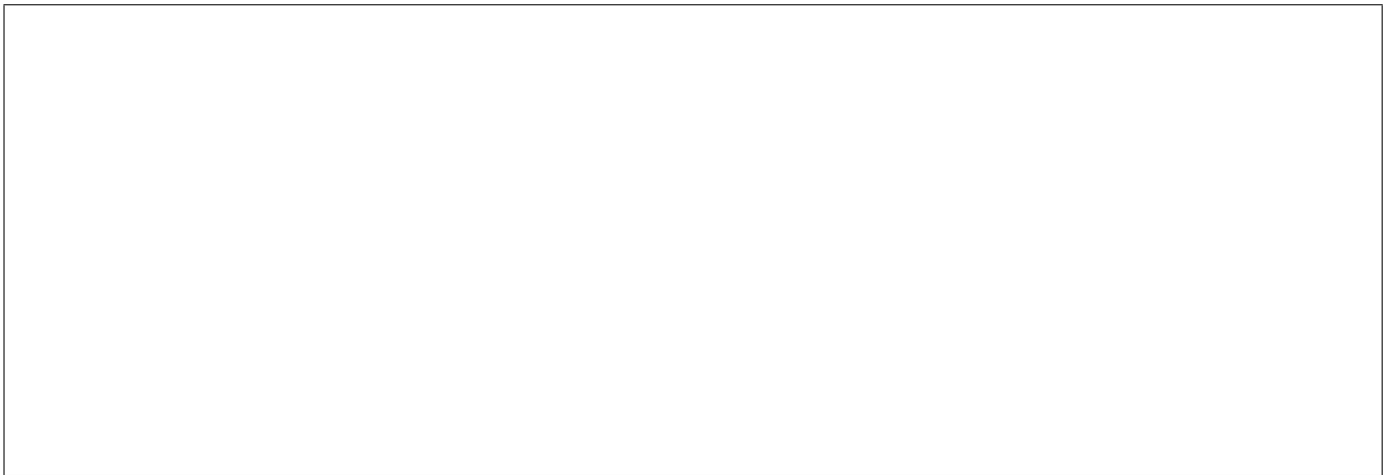
```
rendu=[0,1,0,0,1,1,0,0,0,0,0]
```

correspondrait à un rendu d'un billet de 10 euros, un pièce de 1 euro et un pièce de 50 centimes, pour un montant à rendre de 11,50 euros.

**Question 15.** Écrire une fonction `testrendu(L,D)` qui prend en argument une liste L et qui vérifie si cette liste est susceptible d'être une liste de rendu de monnaie (si c'est une liste d'entiers positifs) associée à la liste D qui est une liste de dénomination supposée valide. Cette fonction renverra un booléen.

**Question 16.** Écrire une fonction `testdenomination(D)` qui prend en argument une liste D et qui vérifie si cette liste est susceptible d'être une liste de dénominations. Une liste de dénomination valide est une liste d'entiers ou flottants strictement décroissante et dont tous les termes sont strictement positifs.. Cette fonction renverra un booléen.

**Question 17.** Écrire une fonction `monnaie(L,D)` qui prend en arguments deux listes L et D, qui sont ici supposées être des listes valides de rendu et de dénomination, et qui renvoie le montant total rendu par la machine.



**Question 18.** Écrire une fonction `testretour(L,D,x)` qui prend en argument deux listes L et D, représentant a priori des listes de rendu et de dénomination, et un nombre x et qui renvoie le booléen :

- **False** si les listes L et D ne sont pas des listes de rendu et de dénomination valides ou si le montant à rendre associé aux listes L et D n'est pas égal à x ;
- **True** si les listes L et D sont valides et que le montant associé à ces listes est égal à x

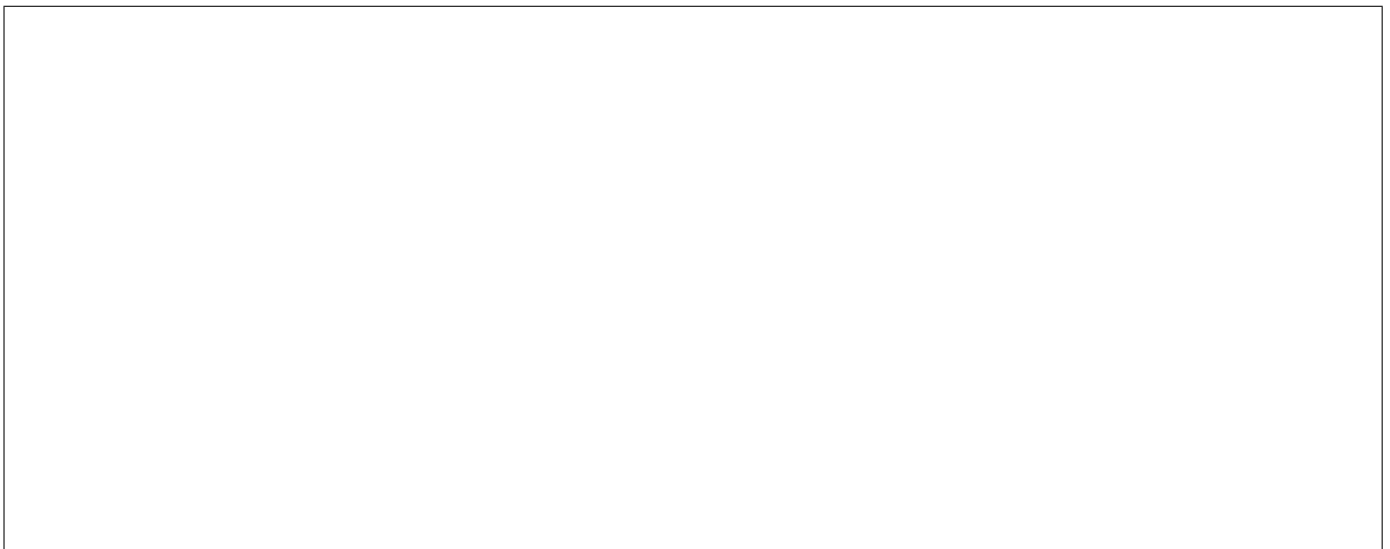
On se servira des fonctions précédemment codées dans cet exercice, même si on n'a pas su les coder.



**Question 19.** Avec la liste dénomination donnée en exemple au début de l'exercice, l'algorithme, pour le montant de 9 centimes crée la liste de rendu suivante :

[0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1]

Expliquer comment cette erreur a pu se produire, et ce que vous pourriez faire pour que cette erreur ne se produise pas (8 lignes maximum)



## 9 Boucles imbriquées

**Question 20.** Écrire une fonction `somme1` d'argument `n` qui retourne la valeur de la somme suivante :

$$\sum_{i=0}^{i=n} \sum_{j=0}^{j=n} \frac{1}{i^2 + j^2 + 1}$$

**Question 21.** Écrire une fonction `somme2` d'argument `n` qui retourne la valeur de la somme suivante :

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} (i^2 - \sqrt{j})$$