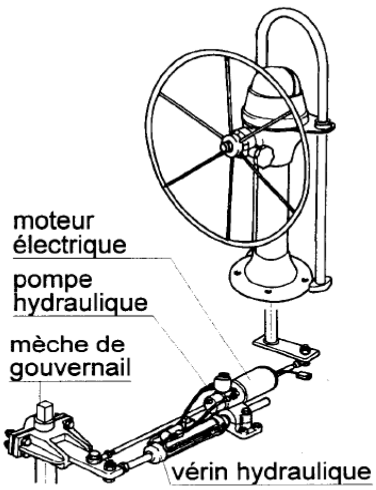
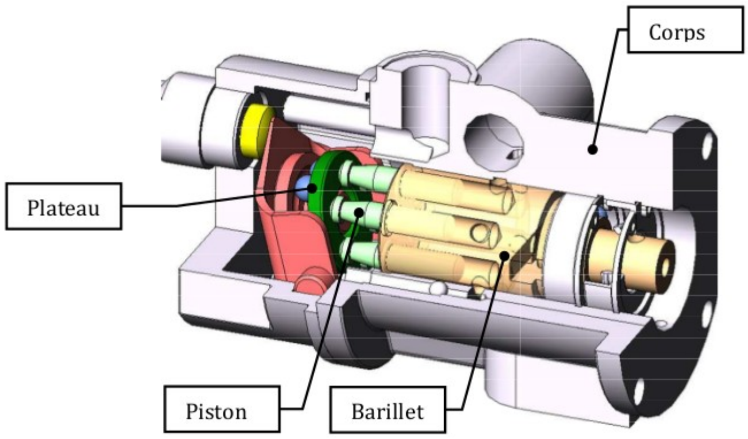
TP – 6

Irrégularité du débit dans une pompe à pistons axiaux

1 Mise en situation

L'objet d'étude est une pompe hydraulique à pistons axiaux comme celle que l'on trouve sur certains un système de manœuvre du gouvernail d'un bateau.

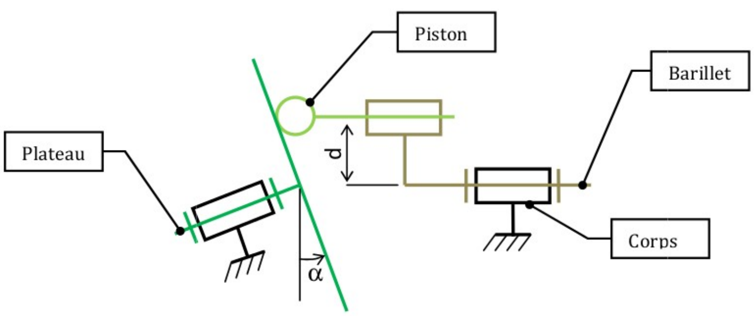




Problématique : il est couramment admis qu'il faut un nombre impair de pistons pour une pompe à pistons axiaux, afin d'avoir un coefficient d'irrégularité de débit convenable. On se propose dans cette étude de discuter de cette affirmation.

2 Modélisation

On adopte la modélisation suivante :



Si θ caractérise la rotation du barillet ($\theta = \omega t$, ω constante) autour de son axe et α l'inclinaison du plateau (constante pour un réglage donné), alors on démontre que le déplacement et la vitesse d'un piston sont donnés par des relations de la forme :

$$\begin{cases} z = d \tan\alpha \cos(\theta_i) \\ \dot{z} = -d\,\omega \tan\alpha \sin(\theta_i) \end{cases}$$

Dans un premier temps, on considère que la contribution d'un piston au débit instantané global de la pompe est de la forme :

$$q(t) = \begin{cases} K \sin(\theta_i) & 0 \le \theta_i \le \pi & (refoulement) \\ 0 & \pi < \theta_i < 2\pi & (aspiration) \end{cases}$$

où K est une constante

Pour chacun des n pistons de la pompe, on a donc :

$$\begin{cases} q_{1,n}(\theta) = max(0\ ,\ \sin(\theta)) \\ q_{2,n}(\theta) = max(0\ ,\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{n})) \\ q_{i,n}(\theta) = max(0\ ,\ \sin(\theta - \frac{2\pi(i-1)}{n})) \\ q_{n,n}(\theta) = max(0\ ,\ \sin(\theta - \frac{2\pi(n-1)}{n})) \end{cases}$$

Le débit instantané global de la pompe est alors donné par : $Q_n(\theta) = \sum_{i=1}^{n} q_{i,n}(\theta)$

3 Travail à faire

3.1 Appeler au début du programme les librairies de fonctions suivantes :

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import scipy.integrate as si
```

3.2 Construire une liste appelée « theta » qui contient les valeurs de 0 à $2.\pi$ d'incrément 0.01

```
theta = [ 0 , 0.01, 0.02, …. 6.28]
```

(voir dans le cours sur les fonctions et utiliser la méthode *theta.append* qui ajoute un élément à la liste « theta », ou la fonction *np.arange* – d'utilisation plus délicate dans ce cas là*)*

3.3 Écrire une fonction qui renvoie la valeur d débit instantané $q_{i,n}(\theta)$ du ième piston du parmi les n de la pompe. (on utilisera par exemple la fonction *np.max* et on calculera $q_{i,n}(\theta)$ pour chaque valeur de theta*)*

3.4 Tracer cette fonction pour i = 3, n = 5 et $\theta \in [0;2\pi]$.

Pour cela, on utilisera les fonctions *plt.figure , plt.plot , plt.title , plt.xlabel , plt.ylabel*

3.5 Écrire une fonction qui renvoie la valeur du débit global $Q_n(\theta)$

3.6 Tracer sur un même graphe et pour n=5, les $q_{i,n}(\theta)$ et $Q_n(\theta)$ pour $\theta \in [0;2\pi]$.

On définit le coefficient d'irrégularité de débit d'une pompe à n pistons par :

$$\delta_n = \left| \frac{Q_n(\theta) - Q_{n\ moyen}}{Q_{n\ moyen}} \right|_{Max}$$

3.7 Écrire une fonction qui renvoie $Q_{n,moyen}$ pour un n donné.

<u>Remarque</u> : Pour calculer le débit moyen sur une période T , on peut intégrer le débit $Q_n(\theta)$ et diviser par la période T

On utilisera par exemple pour cela la fonction *si.quad* qui trouve l'intégrale d'une fonction d'une variable entre deux points. Par exemple, si vous voulez intégrer la fonction sinus entre 0 et pi

```
>>> I = si.quad(np.sin, 0, np.pi) # L'intégrale de la fonction sin entre 0 et pi
```

3.8 Écrire une fonction qui calcule le coefficient d'irrégularité de débit δn d'une pompe à n pistons. Tracer un graphe point par point de δn pour n∈ [1;10] . Conclure.